Serie 3

1. Wir haben eine zufällige Gruppe von N Personen, welche alle im Jahr 1949 geboren sind.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass alle $N \geq 1$ Personen an verschiedenen Tagen geboren wurden.

b) Wie gross muss N mindestens sein, damit die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Personen am selben Tag geboren wurden, mindestens $\frac{1}{2}$ ist.

c) Berechne diese Wahrscheinlichkeit für $N = 50$.

2. Fünf Buchstaben werden nacheinander zufällig und unabhängig voneinander

a) „mit Zurücklegen“, d.h. mit der Möglichkeit von Wiederholungen,

b) „ohne Zurücklegen“, d.h. ohne Wiederholungen,

aus den 26 Grossbuchstaben des Alphabets ausgewählt, wobei für alle Buchstaben die Wahrscheinlichkeit, gezogen zu werden, gleich ist. Die fünf Buchstaben werden in der Reihenfolge, in der sie gezogen wurden, zu einem Wort zusammengesetzt. Bestimmen Sie für a) und b) jeweils die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A = „Das Wort enthält mindestens ein A.“

B = „Das Wort besteht nur aus Vokalen.“

C = „Das Wort ist APRIL.“

3. An einer Party geben n Männer ihren Hut an der Garderobe ab. Die Bedienung in der Garderobe mischt die Hüte und gibt sie in zufälliger Weise wieder zurück.

a) Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass am Ende des Abends niemand seinen Hut zurückbekommt? *Hinweis:* Benutzen Sie das Prinzip von Inklusion und Exklusion aus Serie 2 Aufgabe 4.

b) Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau k Männer ihren Hut zurückbekommen?

c) Berechnen Sie den Limes dieser Wahrscheinlichkeiten für $n \to \infty$.

Abgabe: Montag 20. März in der Übungsstunde.